OPCIÓN A

A.1.- Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}\alpha & 1\\ 0 & -\alpha\end{pmatrix}$

a) (0'75 puntos) Calcular el determinante de la matriz **(AA^T)** con **A^T** la traspuesta de **A**

b) (0'75 puntos) Estudiar para que valores del parámetro α se satisface la ecuación

$4|A|^2-2|A^T|+2\alpha^2=0 \text{ con } |A|=det(A)$

c) (1 punto) Obtener la inversa de **A** cuando sea posible

a)

$$A^T=\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 1 & -\alpha\end{pmatrix}\Rightarrow AA^T=\begin{pmatrix}\alpha & 1\\ 0 & -\alpha\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 1 & -\alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha^2+1 & -\alpha\\ -\alpha & \alpha^2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$|AA^T|=\begin{vmatrix}\alpha^2+1 & -\alpha\\ -\alpha & \alpha^2\end{vmatrix}=\alpha^2(\alpha^2+1)-\alpha^2=\alpha^2(\alpha^2+1-1)=\alpha^4$$

b)

$$4\cdot\left(\begin{vmatrix}\alpha & 0\\ 1 & -\alpha\end{vmatrix}\right)^2-2\cdot\begin{vmatrix}\alpha & 1\\ 0 & -\alpha\end{vmatrix}+2\alpha^2=0\Rightarrow 4\cdot(-\alpha^2)^2-2\cdot(-\alpha^2)+2\alpha^2=0\Rightarrow 4\cdot\alpha^4+2\alpha^2+2\alpha^2=0\Rightarrow$$

$$4\alpha^4+4\alpha^2=0\Rightarrow 4\alpha^2(\alpha^2+1)=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha^2=0\Rightarrow\alpha=0\\ \alpha^2+1=0\Rightarrow\alpha^2=-1\Rightarrow\alpha=\sqrt{-1}\Rightarrow \text{No hay solución}\end{cases}$$

c)

$$|A|=\begin{vmatrix}\alpha & 1\\ 0 & -\alpha\end{vmatrix}=-\alpha^2\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow-\alpha^2=0\Rightarrow\alpha=0\Rightarrow$$

$$\text{Existe } A^{-1} \text{ para toda } \alpha\in\Re-\{0\}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj(A^T)\Rightarrow adj(A^T)=\begin{pmatrix}-\alpha & -1\\ 0 & \alpha\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$A^{-1}=\frac{1}{-\alpha^2}\cdot\begin{pmatrix}-\alpha & -1\\ 0 & \alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha^2}\\ 0 & -\frac{1}{\alpha}\end{pmatrix}$$

A.2.- Para la función $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

a) (1 punto) Estudiar su continuidad

b) (0'75 puntos) Razonar si $g(x)=\left(x^2-1\right)f(x)$ es una función derivable

c) (0'75 puntos) Calcular $\int_2^3 f(x)dx$

a)

$$x-1=0\Rightarrow x=1\Rightarrow f(1)=\frac{2\cdot 1+1}{1-1}=\frac{3}{0}\Rightarrow Asintota\ vertical\Rightarrow Dom(f)=\forall x\in\Re-\{1\}$$

$$Es\ continua\ para\ \forall x\in\Re-\{1\}$$

b)

$$g(x)=\left(x^2-1\right)\frac{2x+1}{x-1}=\frac{(x-1)(x+1)(2x+1)}{x-1}=(x+1)(2x+1)=2x^2+x+2x+1=2x^2+3x+1\Rightarrow$$

$$g'(x)=4x+3\Rightarrow Existe\ derivada\ para\ todo\ x\in\Re$$

c)

$$\int\frac{2x+1}{x-1}dx=$$

$$I=\int_2^3\frac{2x+1}{x-1}dx=\int_2^3\frac{2x-2+2+1}{x-1}dx=2\int_2^3\frac{x-1}{x-1}dx+\int_2^3\frac{3}{x-1}dx=2\int_2^3 dx+3\int_1^2\frac{1}{t}dt=2\cdot[x]_2^3+3\cdot[ln\ t]_1^2$$

$$x-1=t\Rightarrow dx=dt\Rightarrow\begin{cases}x=2\Rightarrow t=1\\ x=3\Rightarrow t=2\end{cases}$$

$$I=2\cdot(3-2)+3\cdot(ln\ 2-ln\ 1)=2+3\cdot(ln\ 2-0)=2+3\cdot ln\ 2$$

A.3.- (2’5 puntos) En un campo hay plantados 50 manzanos. En este momento cada manzano produce 800 manzanas. Está estudiado que por cada manzano que se añade al campo, los manzanos producen 10 manzanas menos cada uno. Determinar el número de manzanos que se deben de añadir para maximizar la producción de manzanas de dicho campo.

Si **n** el número de manzanos que se añaden, nos quedaran **50 + n** manzanos

El numero de manzanas será **M = (50 + n). (800 -10. n) = 40000 – 500. n + 800.n – 10 n^2**

M = 40000 + 300.n – 10 n^2, de aquí **M’ = 300 – 20 n** Si **M’ = 0** entonces **300 – 20 n = 0**

N = 15 manzanos, como **M’’ =– 20 < 0 es un máximo**

Por lo tanto hay que plantar 15 manzanos más para que nos den el mayor número de manzanas

A.4.-
a) (0’75 puntos) Obtener la ecuación del plano que pasa por el punto **A(-1 , -1 , 1)** y es perpendicular al vector $\vec{v} = (1\ , -2\ , -1)$
b) (1 punto) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta **r** que se obtiene como intersección de los planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv x - 2y - z = 0 \\ \pi_2 \equiv z - 1 = 0 \end{cases}$
a) (0’75 puntos) Estudiar si son linealmente independientes los vectores
$\vec{v_1}(2\ , 1\ , 0)\ , \vec{v_2}(0\ , -2\ , 0)\ , \vec{v_3}(0\ , 1\ , 1)$

a) La ecuación del plano π se generará por el vector dado y el vector formado por **A** y el punto **G** generador del plano que al ser perpendiculares hacen que el producto escalar de ambos sea nulo y la ecuación pedida

$$\begin{cases} \overrightarrow{AG} = (x\ , y\ , z) - (-1\ , -1\ , 1) = (x+1\ , y+1\ , z-1) \\ \vec{v} = (1\ , -2\ , -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AG} \perp \vec{v} \Rightarrow \overrightarrow{AG} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow$$

$$(x+1\ , y+1\ , z-1) \cdot (1\ , -2\ , -1) = 0 \Rightarrow x + 1 - 2 \cdot (y+1) - (z-1) = 0 \Rightarrow x - 2y - z = 0$$

$b)$

$$z = 1 \Rightarrow x - 2y - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 + 2y \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases}$$

$c)$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Son\ linealmente\ independientes$$

OPCIÓN B

B1.- (2’5 puntos) Utilizar las propiedades de los determinantes para obtener los valores de **a** y **b** que satisfacen simultáneamente las ecuaciones $\begin{vmatrix} a+b & 1 & 2 \\ a-b & 0 & 1 \\ a+2b & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$ y $\begin{vmatrix} a & a \\ a^2 & ba^2 \end{vmatrix} = 0$.

$$\begin{vmatrix} a+b & 1 & 2 \\ a-b & 0 & 1 \\ a+2b & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ a & 0 & 1 \\ a & 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & 1 & 2 \\ -b & 0 & 1 \\ 2b & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} + b\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$a \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} + b \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + b \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2a - b = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & a \\ a^2 & ba^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a \cdot a^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & b \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a^3 \cdot (b-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b = 2a \\ a^3 \cdot (2a-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow a^3 \cdot (2a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow b = 2 \cdot 0 = 0 \\ 2a - 1 = 0 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2} \Rightarrow b = 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 1 \end{cases}$$

B.2.- Sea la función $f(x)=\dfrac{x^2}{4-x}$. Determinar

a) (0'5 puntos) Su dominio de definición.

b) (0'5 puntos) Sus asíntotas

c) (0'75 puntos) Sus máximos y mínimos

d) (0'75 puntos) Intervalos de crecimiento y decrecimiento

a)

$$4-x=0 \Rightarrow x=4 \Rightarrow f(4)=\frac{4^2}{4-4}=\frac{16}{0} \Rightarrow Dom(f)=\forall x \in \Re-\{4\}$$

b)

Asíntota vertical

$$En\ x=4 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{x^2}{4-x}=\dfrac{16}{0^+}=\infty \\ \lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{x^2}{4-x}=\dfrac{16}{0^-}=-\infty \end{cases}$$

Asíntotas horizontales

$$y=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4-x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{4}{x^2}-\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x}}=\frac{1}{\frac{4}{\infty}-\frac{1}{\infty}}=\frac{1}{0-0}=\frac{1}{0}=\infty \Rightarrow$$

No existe asíntota horizontal cuando $x\to\infty$

$$y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{4-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{(-x)^2}{4-(-x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4+x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{4}{x^2}+\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x}}=\frac{1}{\frac{4}{\infty}+\frac{1}{\infty}}=\frac{1}{0+0}=\frac{1}{0}=\infty \Rightarrow$$

No existe asíntota horizontal cuando $x\to-\infty$

Asíntotas oblicuas

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{4-x}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4x-x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{4x}{x^2}-\frac{x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{4}{x}-1}=\frac{1}{\frac{4}{\infty}-1}=\frac{1}{0-1}=-1$$

$$n=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4-x}-(-1)x=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4-x}+x=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+4x-x^2}{4-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{4-x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x}{x}}{\frac{4}{x}-\frac{x}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{\frac{4}{x}-1}$$

$$n=\frac{4}{\frac{4}{\infty}-1}=\frac{4}{0-1}=-4 \Rightarrow \text{Existe asíntota oblicua } y=-x-4 \text{ cuando } x\to\infty$$

b)Continuación

Asíntotas oblicuas (Continuación)

$$m = \lim_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{\frac{x^2}{4-x}}{x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2}{4x-x^2} = \lim_{x\to \infty} \frac{x^2}{-4x-x^2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}}{-\frac{4x}{x^2}-\frac{x^2}{x^2}} = \lim_{x\to \infty} \frac{1}{-\frac{4}{x}-1} = -1$$

$$n = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2}{4-x} - (-1)x = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2}{4-x} + x = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2+4x-x^2}{4-x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2-4x-x^2}{4+x} = \lim_{x\to \infty} \frac{-4x}{4+x} = \frac{\infty}{\infty} =$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{-\frac{4x}{x}}{\frac{4}{x}+\frac{x}{x}} = \lim_{x\to \infty} \frac{-4}{\frac{4}{x}+1} = \frac{-4}{\frac{4}{\infty}+1} = \frac{-4}{0+1} = -4 \Rightarrow \text{Existe asíntota oblicua } y = -x-4 \text{ cuando } x \to -\infty$$

c)

$$f'(x) = \frac{2x(4-x)+x^2}{(4-x)^2} = \frac{8x-2x^2+x^2}{(4-x)^2} = \frac{8x-x^2}{(4-x)^2} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow 8x-x^2=0 \Rightarrow x(8-x)=0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=0 \\ 8-x=0 \Rightarrow x=8 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \frac{(8-2x)\cdot(4-x)^2 - 2\cdot(-1)\cdot(4-x)\cdot(8x-x^2)}{(4-x)^4} = \frac{(8-2x)(4-x)+2(8x-x^2}{(4-x)^3}$$

$$f''(x) = \frac{32-8x-8x+2x^2+16x-2x^2}{(4-x)^3} = \frac{32}{(4-x)^3} \Rightarrow \begin{cases} f''(0) = \frac{32}{(4-0)^3} = \frac{32}{4^3} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \text{Mín.} \\ f''(8) = \frac{32}{(4-8)^3} = \frac{32}{-4^3} = -\frac{32}{64} = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow \text{Má} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow f(0) = \frac{0^2}{4-0} = \frac{0}{4} = 0 \\ x=8 \Rightarrow f(8) = \frac{8^2}{4-8} = \frac{64}{-4} = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (0\ ,0) \Rightarrow \text{Mínimo} \\ (8\ ,-16) \Rightarrow \text{Máximo} \end{cases}$$

d)

$$f'(x) > 0 \Rightarrow \frac{x(8-x)}{(4-x)^2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} (4-x)^2 > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re / x > 0 \\ 8-x > 0 \Rightarrow -x > -8 \Rightarrow x < 8 \Rightarrow \forall x \in \Re / x < 8 \end{cases}$$

	$-\infty$ … 0	0 … 8	8 … ∞
$(4-x)^2 > 0$	(+)	(+)	(+)
x > 0	(-)	(+)	(+)
x < 8	(+)	(+)	(-)
Solución	**(-) f'(x) < 0**	**(+) f'(x) > 0**	**(-) f'(x) < 0**

Crecimiento $\forall x \in \Re / 0 < x < 8$

Decrecimiento $\forall x \in \Re / (x < 0) \cup (x > 8)$

B.3.- $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$

a) (1'5 puntos) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty}\cos\left(\dfrac{x+1}{x^2}\right)$, $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1+sen\,2x}{1-\cos 4x}$, $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x-4}\right)^x$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}$

b) (1 punto) Utilizar el cambio de variable **$t^2 = 1+ x^2$** para calcular $\displaystyle\int\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

a)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}{1}=\frac{\frac{1}{\infty}+\frac{1}{\infty}}{1}=\frac{0+0}{1}=0$$

$$\lim_{x\to\infty}\cos\left(\frac{x+1}{x^2}\right)=\cos\left(\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2}\right)=\cos 0=1$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1+sen\,2x}{1-\cos 4x}=\frac{1+sen\,2\cdot\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1-\cos 4\cdot\left(\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{1+sen\left(\frac{\pi}{2}\right)}{1-\cos\pi}=\frac{1+1}{1-(-1)}=\frac{2}{1+1}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x-4}\right)^x=1^\infty=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-4+4+4}{x-4}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{8}{x-4}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x-4}{8}}\right)^x=\left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x-4}{8}}\right)^{\frac{x-4}{8}}\right]^{\frac{8x}{x-4}}=$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8x}{x-4}}=e^8$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{8x}{x+4}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{8x}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{4}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{8}{1+\frac{4}{x}}=\frac{8}{1+\frac{4}{\infty}}=\frac{8}{1+0}=8$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\frac{1-\sqrt{1-0}}{0}=\frac{1-1}{0}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(1-\sqrt{1-x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1-(1-x)}{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-1+x}{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\frac{0}{0\cdot\left(1+\sqrt{1-0}\right)}=\frac{0}{0\cdot 2}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{1+\sqrt{1-x}}=\frac{1}{1+\sqrt{1-0}}=\frac{1}{2}$$

Continuación del problema B.3 de la opción B

$$I=\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,dx=\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}\,xdx=\int \frac{t^2-1}{t}\,t\,dt=\int \left(t^2-1\right)dt=\int t^2\,dt-\int dt=\frac{1}{3}\cdot t^3-t$$

$$1+x^2=t^2\Rightarrow 2x\,dx=2t\,dt\Rightarrow x\,dx=t\,dt\Rightarrow x^2=t^2-1$$

$$I=\frac{1}{3}\cdot\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3-\sqrt{1+x^2}=\sqrt{1+x^2}\cdot\left[\frac{1}{3}\cdot\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2-1\right]=\sqrt{1+x^2}\cdot\left[\frac{1}{3}\cdot\left(1+x^2\right)-1\right]$$

$$I=\sqrt{1+x^2}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{x^2}{3}-1\right)=\sqrt{1+x^2}\cdot\left(\frac{x^2}{3}-\frac{2}{3}\right)=\frac{\sqrt{1+x^2}}{3}\cdot\left(x^2-2\right)+K$$

B.4.- (2'5 puntos) Hallar el punto **D** de la recta $r\equiv\begin{cases}x=1+2t\\ y=t\\ z=1\end{cases}$ que esté a la misma distancia de los puntos **C = (1 , -1 , 2)** y **B = (1 , 1 , 2).** Razonar si la recta **r** es perpendicular o no al plano $\pi\equiv -x+2y+z=0$

$$\left|\overrightarrow{CD}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{CD}=\left(1+2t\ ,t\ ,1\right)-\left(1\ ,-1\ ,2\right)=\left(2t\ ,t+1\ ,-1\right)\\ \overrightarrow{BD}=\left(1+2t\ ,t\ ,1\right)-\left(1\ ,1\ ,2\right)=\left(2t\ ,t-1\ ,-1\right)\end{cases}\Rightarrow$$

$$\sqrt{(2t)^2+(t+1)^2+(-1)^2}=\pm\sqrt{(2t)^2+(t-1)^2+(-1)^2}\Rightarrow 4t^2+(t+1)^2+1=4t^2+(t-1)^2+1\Rightarrow$$

$$(t+1)^2=(t-1)^2\Rightarrow t^2+2t+1=t^2-2t+1\Rightarrow 4t=0\Rightarrow t=0\Rightarrow D\begin{cases}x=1+2\cdot 0=1\\ y=0\\ z=1\end{cases}\Rightarrow D(1\ ,0\ ,1)$$

Si la recta **r** es perpendicular al plano π los vectores directores de ambos son iguales o proporcionales

$$\begin{cases}\overrightarrow{v_r}=\left(2\ ,1\ ,0\right)\\ \overrightarrow{v_\pi}=\left(-1\ ,2\ ,1\right)\end{cases}\Rightarrow\frac{2}{-1}\neq\frac{1}{2}\Rightarrow No\ son\ perpendiculares$$